تحلیل حساسیت قابلیت اعتماد فازی سازه‌ها براساس روش انتقال پایداری تطبیقی*

بهروز کشته‌گر(۱) منصور باقری(۲)

چکیده در این مقاله با مدل‌سازی عدم قطعیت شناختی متغیرهای تصادفی در مسئلهٔ تعیین شاخص قابلیت اعتماد بااستفاده از روش انتقال پایدار تطبیقی و با به‌کارگیری یک روش بهینه سازی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک، شاخص قابلیت اعتماد فازی تعیین شده‌است. در روند تحلیل قابلیت اعتماد فازی از یک رویهٔ تطبیق دینامیکی مبتنی بر روش انتقال پایدار استفاده شده‌است که ضریب کنترل این روش توانایی خودتطبیقی را در هر تکرار دارد. هم‌چنین به‌منظور بررسی میزان اهمیت عدم قطعیت شناختی بر شاخص قابلیت اعتماد فازی، تحلیل حساسیت بااستفاده از معیار اصلاح‌شدهٔ آنتروپی شانون انجام شده‌است. نتایج حاصل از تحلیل حساسیت سه مثال سازه‌ای نشان می‌دهند که روش قابلیت اعتماد به‌کار گرفته‌شده به‌درستی با سرعت مناسبی همگرا می‌گردد. حساسیت احتمال خرابی سازه‌ها به عدم قطعیت شناختی بسیار حائز اهمیت است و در برخی مسائل تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر شاخص قابلیت اعتماد سازه می‌گذارد.

واژه‌های کلیدی تحلیل قابلیت اعتماد فازی، تحلیل حساسیت آنتروپی شانون، روش انتقال پایدار تطبیقی.

Sensitivity Analysis of Fuzzy Structural Reliability Using Adaptive Stability Transformation Method

B. Keshtegar M. Bagheri

Abstract *In this paper epistemic uncertainty of random variables in the reliability analysis of Adjusted Stability Transformation Method has been modeled and fuzzy structural reliability index has been determined using GA. In the reliability analysis process, a dynamic adaptive approach based on stability transformation method has been applied which the control coefficient is self-adapted at each iteration. Moreover in order to investigate the importance of epistemic uncertainty in the fuzzy structural reliability index, sensitivity analysis using Entropy-Shannon has been done. Survey results of three structural examples indicate that the proposed reliability method provides stable results with suitable computational efficiency. The sensitivity of failure probability to epistemic uncertainty has shown a considerable effect on the structural reliability in some problems.*

Key Words Fuzzy Reliability Analysis, Entropy-Shannon Sensitivity Analysis, Adaptive Stability Transformation Method.

* تاریخ دریافت مقاله ۹۶/۲/۶ و تاریخ پذیرش آن ۹۶/۹/۲۹ می‌باشد.

(۱) نویسندهٔ مسئول، دانشیار، دانشکدهٔ مهندسی، گروه مهندسی عمران، دانشگاه زابل.

Email: bkeshtegar@uoz.ac.ir

(۲) استادیار، گروه مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی بیرجند.

مقدمه

برآورد واقعی از قابلیت اعتماد سازه‌ها، مستلزم به‌کارگیری مدل‌های شبیه‌سازی رفتار سازه در معیار خرابی مورد نظر است. این مدل‌ها شامل متغیرهایی هستند که دارای مقادیر معین نیستند و ماهیت تصادفی و نادقیق دارند، لذا در این مدل‌ها با نوعی عدم قطعیت مواجهیم. عدم قطعیت‌ها را می‌توان در قالب دو گروه تصادفی و شناختی تقسیم‌بندی نمود. عدم قطعیت تصادفی از منابع غیرشناختی و کمبود اطلاعات از سیستم ناشی می‌شود که از این جمله می‌توان به عدم قطعیت‌های فیزیکی و مدل‌سازی اشاره نمود [1]. عدم قطعیت فیزیکی از بارهای اعمالی به سیستم و مشخصات مصالح ناشی می‌شود درحالی‌که عدم قطعیت مدل‌سازی نیز به‌دلیل استفاده از فرضیات ساده‌کننده در ایجاد مدل و ایدئال‌سازی مدل‌های واقعی ایجاد می‌شود. این نوع عدم‌قطعیت بااستفاده از متغیرهای تصادفی به‌همراه تابع چگالی احتمال با توزیع آماری مشخص، قابل مدل‌سازی است.

برخلاف عدم قطعیت تصادفی، عدم قطعیت شناختی به منابع شناختی ارتباط دارد و از فلسفه‌های طراحی و رفتاری ناشی می‌شود. از جمله این نوع عدم قطعیت‌ها می‌توان به چگونگی تعریف برخی متغیرها نظیر ایمنی و خرابی عملکرد سازه و کیفیت آن، خطاهای انسانی و چگونگی تعریف ارتباط میان متغیرها به‌ویژه در سازه‌های پیچیده اشاره نمود [2].

اصولاً دو رویکرد مجزا در مدل‌سازی عدم قطعیت‌ها وجود دارد. در رویکرد اول، پارامترهای مشمول عدم قطعیت در قالب متغیرهای تصادفی تعریف می‌شوند و بااستفاده از روش‌های متداول قابلیت اعتماد به حل مسئله پرداخته می‌شود [3-5]. در رویکرد دوم متغیرهایی که عدم قطعیت آنها از نوع شناختی است، به شکل بازه‌ها، مجموعه‌های کوژ، مجموعه‌های فازی و متغیرهای تصادفی فازی تعریف می‌شوند [۶، ۷].

عموماً مسائل قابلیت اعتماد سازه‌ای به‌دلیل عدم دسترسی به اطلاعات آماری واضح و دقیق متغیرها شامل ترکیبی از دو نوع عدم قطعیت معرفی‌شده می‌باشند. این ابهام آماری می‌تواند ناشی از محدودیت تعداد نمونه‌ها و بروز خطاهای انسانی در فرایند نمونه‌گیری و اندازه‌گیری این خواص باشد. مثلاً به‌دلیل متفاوت بودن کیفیت ساخت و اجرای بتن در ارتفاع یک مقطع بتن مسلح، مقاومت فشاری بتن در ارتفاع مقطع یکسان نیست. ضمن این‌که نوع آرماتورها، قطر و نحوهٔ چیدمان آنها در یک مقطع بتنی، مثال‌هایی دیگر از این مقوله‌اند.

در سال‌های اخیر، اثر عدم قطعیت شناختی متغیرهای تصادفی در قالب مجموعه‌های فازی در مدل‌های احتمالاتی به‌منظور برآورد پاسخ‌های فازی سازه لحاظ شده‌است. در این مطالعات علاوه‌بر اصل گسترش [8] که پیاده‌سازی آن در مسائل مهندسی مستلزم محاسبات طولانی و وقت‌گیر است، از روش‌های دیگری نظیر نمونه‌گیری [9]، ورتکس [10] و روش‌های بهینه‌سازی مبتنی بر گسسته‌سازی اعداد فازی [11] نیز استفاده شده‌است. از این میان، روش‌های بهینه‌سازی به‌دلیل عدم محدودیت در پوشش دادن اکثر مسائل کاربردی مهندسی از مقبولیت بیشتری نسبت‌به دیگر روش‌ها برخودار است. روش‌های بهینه‌سازی ارائه‌شده در این زمینه، عمدتاً مبتنی بر گرادیان هستند که با چالش‌هایی نظیر وجود مشکل مشتق‌گیری به‌ویژه زمانی که تعداد متغیرها زیاد شود، ناپیوسته بودن بعضی از توابع و افتادن در نقاط بهینهٔ محلی به‌جای مطلق، مواجه‌اند[12] که از آن جمله می‌توان به تحقیقات مولر و همکاران [11]، فارکاس و همکاران [13]، سرافینسکا و همکاران [14] و ژانگ و همکاران [15] اشاره نمود.

لذا در مسائلی که با تعداد زیادی از متغیرها یا توابع با درجهٔ غیرخطی زیاد مواجهیم، استفاده از این روش‌ها منجر به حجم بالایی از محاسبات زمان‌بَر می‌گردد؛ بنابراین ناگزیر به استفاده از روش‌های بهینه‌سازی کارا، قدرتمند و مشتق‌گریز به‌منظور دستیابی به بهترین جواب در کوتاه‌ترین زمان ممکن هستیم.

در این مطالعه از الگوریتم ژنتیک به‌عنوان یک روش بهینه‌سازی فرا اکتشافی، برای گریز از مشکلات روش گرادیان استفاده شده‌است. باتوجه به حجم بسیار زیاد محاسبات تحلیل قابلیت اعتماد فازی، در این تحقیق به‌منظور افزایش کارایی از یک عملگر انتخاب نخبه‌گرا در روش پیشنهادی استفاده شده‌است، به‌طوری‌که، در هر نسل بهترین فرد تعیین می‌شود و با بهترین فردهای نسل‌های قبلی مقایسه می‌شود و چنان‌چه از آنها ضعیف‌تر باشد، بهترین قبلی جایگزین بهترین فعلی می‌شود. عملگر نخبه‌گرا موجب می‌شود تا ضمن کاهش حجم محاسبات، نتایج دقیق‌تری حاصل شود.

از طرفی، برآورد شاخص قابلیت اعتماد فازی منوط به انتخاب یک تحلیل توانمند قابلیت اعتماد می‌باشد. روش‌های مبنی بر تندترین امتداد جستجو مانند روش هاسوفر- لیند و رکویتز- فسلر (HL-RF)، روش انتقال پایدار [16] و روش حداکثر طول گام [17] می‌توانند برای برآورد شاخص قابلیت اعتماد مورد استفاده قرار گیرند. روش HL-RF سرعت تحلیل بالایی دارد، امّا در مسائل غیرخطی مهندسی ممکن است ناپایداری به‌صورت همگرایی نوسانی به چندین شاخص قابلیت اعتماد داشته باشد [۱۸ و ۱۹]. روش‌های انتقال پایدار و حداکثر طول گام مشکلات همگرایی روش HL-RF را ندارند امّا در مسائل مهندسی بسیار کند همگرا می‌شوند [20,21]. در این مقاله، تحلیل فازی قابلیت اعتماد سازه‌ها برمبنای روش اولین مرتبه قابلیت اعتماد بااستفاده از یک روش خودتطبیقی انتقال پایدار (ASTM) صورت گرفته‌است. روش انتقال پایدار توانمندی لازم را برای تطبیق مناسب طول گام برای روش اولین مرتبه به‌صورت دینامیکی فراهم می‌کند تا ضمن تضمین پایداری عددی، الگوریتم قابلیت اعتماد از کارایی مناسبی نیز برخوردار باشد [۲۲ و ۲۳].

در این تحقیق، مدل‌سازی عدم قطعیت شناختی در روند تحلیل قابلیت اعتماد بااستفاده از دو رویهٔ بهینه‌سازی برمبنای عملگر نخبه‌گرا و روش قابلیت اعتماد مرتبه اول برمبنای انتقال پایدار تطبیقی برای تعیین شاخص قابلیت اعتماد فازی سه مثال سازه‌ای مورد استفاده قرار گرفته‌است. نتایج عددی مثال‌های سازه‌ای حاکی از آن است که روش به‌کار گرفته‌شده تحلیل قابلیت اعتماد فازی توانایی محاسبهٔ صحیح شاخص قابلیت اعتماد فازی را دارد و نیز می‌تواند برای تحلیل حساسیت عدم قطعیت شناختی مورد استفاده قرار گیرد. از طرفی، شاخص قابلیت اعتماد مسائل سازه‌ای تأثیرپذیری چشم‌گیری نسبت‌به عدم قطعیت شناختی از خود نشان می‌دهد، لذا می‌توان نتیجه گرفت در نظر گرفتن عدم قطعیت شناختی می‌تواند نسبت‌به تحلیل متداول قابلیت اعتماد، پاسخ‌های واقع‌گرایانه‌تری را ارائه دهد.

مفاهیم اساسی مجموعه‌های فازی

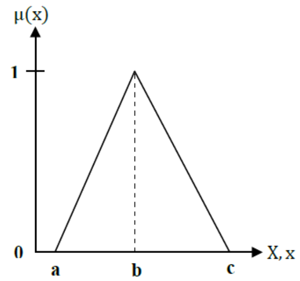
مجموعهٔ فازی

مجموعهٔ فازی $\tilde{A}$ با تابع عضویت آن تعریف می‌شود. تابع عضویت، عناصر مجموعهٔ مرجع U را با انتخاب درجه‌ای از بازهٔ [0,1] به مجموعهٔ فازی $\tilde{A} = \{x, \mu_A(x)\}$، به‌صورت $\mu_A(x): U \to [0,1]$ منتسب می‌کند [8]. تابع عضویت $\mu_A(x)$ درجهٔ تعلق x به مجموعه‌ای از اعضا را نشان می‌دهد. درجهٔ عضویت به‌طور پیوسته بین صفر و یک انتخاب می‌گردد و به‌وسیلهٔ آن می‌توان خواص مجموعه‌های معمولی را به مجموعه‌های فازی تعمیم داد.

عدد فازی مثلثی

اعداد فازی مثلثی عمدتاً به‌دلیل خطی بودن و سادگی محاسبات با آن، برای حل مسائل مهندسی همواره مورد توجه بوده‌اند. این اعداد معمولاً به‌صورت $\tilde{X} = < a, b, c >_{TFN}$ (Triangular Fuzzy Number) نشان داده می‌شوند [24]. همان‌طور که در شکل (۱) نشان داده شده‌است، a کران پایین، b مقدار میانه و c کران بالای عدد مثلثی فازی است. باتوجه با این‌که در مسائل مربوط به ارزیابی قابلیت اعتماد سازه‌ها، مدل‌سازی عدم قطعیت

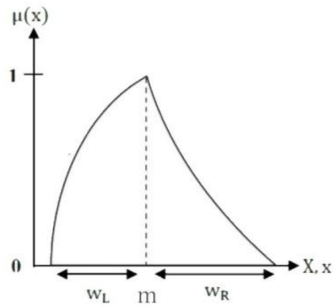
شناختی موجود در پارامترهای سازه‌ای با اعداد فازی مثلثی بیشتر به واقعیت نزدیک است[25] در این مقاله متغیرهای سازه‌ای نظیر بار و مشخصات مکانیکی و ابعاد با اعداد مثلثی فازی مدل‌سازی شده‌اند.



شکل ۱ کران‌های بالا، پایین و میانۀ عدد فازی مثلثی

عدد فازی LR (Left-Right)

این اعداد توسط دبوا و پراد [26] معرفی شده‌اند. اعداد فازی LR به‌صورت $\tilde{X} =< m, w_L, w_R >_{LR}$ نمایش داده می‌شوند. همان‌طور که در شکل (۲) نشان داده شده‌است، m مقدار میانۀ تابع که حداکثر درجۀ عضویت را در تابع دارا می‌باشد، w_L و w_R به‌ترتیب پهنای چپ و راست عدد فازی نامیده می‌شوند. شاخص قابلیت اعتماد فازی این تحقیق در قالب اعداد فازی LR ارائه شده‌است.

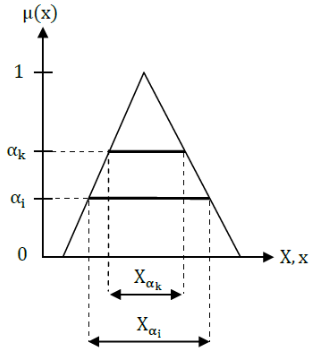


شکل ۲ عدد فازی LR

α- برش عدد فازی

α- برش عدد فازی $\tilde{X}$ که با X_α نمایش داده می‌شود، یک مجموعۀ معمولی غیرفازی است و عناصری را دربرمی‌گیرد که مقدار عضویت آنها در عدد فازی $\tilde{X}$ بیشتر از α باشد، یعنی: $X_\alpha = \{x \in \tilde{X} | \mu_X(x) \geq \alpha\}$ [24].

مجموعه‌های α- برش یک عدد فازی مثلثی در شکل (۳) نشان داده شده‌اند.



شکل ۳ مجموعه‌های α- برش یک عدد فازی مثلثی

اصل گسترش

اصل گسترش یکی از مفاهیم اساسی در نظریۀ مجموعه‌های فازی است. این اصل، روش گسترش توابع و عملگرهای متداول در ریاضیات معمولی را برای اعداد فازی بیان می‌کند [8]. اگر f تابعی یک به یک از فضای X به فضای Y باشد، یعنی $f: X \to Y$ و $y = f(x_1, x_2, \dots x_n)$. آن‌گاه نتیجۀ عمل f بر n مجموعۀ فازی $A_1, A_2, \dots A_n$ به‌صورت یک زیرمجموعۀ فازی B در فضای Y می‌باشد که با رابطۀ زیر نشان داده می‌شود:

$$B = f(A_1, A_2, \dots A_n) = \left\{(y, \mu_B(y)) \middle| \begin{matrix} y = f(x_1, x_2, \dots x_n) \\ x_1 \in X_1, x_2 \in X_2, \dots, x_n \in X_n \end{matrix}\right\} \quad (1)$$

که در آن:

$$\mu_B(y) = \begin{cases} \max[\min\left(\mu_{A_i}(x_i)\right)] & \text{if } f^{-1}(y) \neq 0 \\ 0 & \text{if } f^{-1}(y) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

در این‌جا $f^{-1}(y)$ معکوس y و $\mu_B(y)$ تابع عضویت $y = f(x_1, x_2, \dots x_n)$ است.

برای به‌کارگیری اصل گسترش لازم است که اعداد فازی با توابع عضویت پیوسته، گسسته شوند. هدف این گسسته‌سازی، تقریب یک عدد فازی پیوسته به تعدادی محدود از نقاط است، به شکلی که عملیات جبری به‌جای

تمام نقاط روی برخی نقاط انجام شوند و پاسخ نهایی با درون‌یابی از نقاط حاصله تعیین گردد. این گسسته‌سازی بااستفاده از مجموعه‌های α- برش اعداد فازی انجام می‌شود. بااستفاده از مجموعه‌های منفک‌شدهٔ X_α عملیات جبری به‌صورت جداگانه برای هر یک از عناصر درجهٔ عضویت α انجام می‌شود. از میان ترکیبات ممکن میان این عناصر، ترکیب قابل قبول که درنهایت به نتیجه می‌رسد، بااستفاده از اصل گسترش تعیین می‌گردد.

روش قابلیت اعتماد انتقال پایداری تطبیقی

به‌منظور تعیین شاخص قابلیت اعتماد فازی نیاز به استفاده از یک روش قابلیت اعتماد کارا و توانمند می‌باشد که براساس مقادیر مختلف خصوصیات آماری متغیرهای تصادفی توانایی محاسبهٔ شاخص قابلیت اعتماد (β) را مطابق رابطهٔ زیر داشته باشد:

$$P_f = \int_{g(\boldsymbol{X})\le 0} \dots \int f_{\boldsymbol{X}}(x_1,\dots,x_n)dx_1..dx_n \approx \Phi(-\beta) \qquad (۳)$$

که در آن g(X) تابع شرایط حدی است که $g(X) \le 0$ ناحیهٔ خرابی را نشان می‌دهد وf_X تابع چگالی احتمال توأم متغیرهای تصادفی X می‌باشد. Φتابع چگالی توزیع تجمعی نرمال استاندارد است.

عمدتاً روش اولین مرتبهٔ قابلیت اعتماد به‌دلیل تعادل در برآورد احتمال خرابی و نیز همگرایی صریح با تعداد تکرار کمتر می‌تواند به‌عنوان یک روش کارامد در تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها مورد استفاده قرار گیرد. مهم‌ترین چالش در روش‌های اولین مرتبهٔ قابلیت اعتماد سازه‌ها محاسبهٔ شاخص قابلیت اعتماد است که براساس نقطهٔ حداکثر محتمل (U^*) قابل محاسبه است ($\beta = \|\boldsymbol{U}^*\|$). به‌طور معمول بااستفاده از امتداد جستجوی تندترین شیب به‌صورت نگاشت غیرخطی زیر می‌توان نقطهٔ حداکثر محتمل را محاسبه نمود.

$$f(U) = \frac{\nabla^T g(U_k)\,U_k - g(U_k)}{\nabla^T g(U_k)\alpha_k}\alpha_k \qquad (٤)$$

که در آن، α بردار نرمال واحد در نقطهٔ U_k می‌باشد که به‌صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\alpha_k = -\frac{\nabla g(U_k)}{\|\nabla g(U_k)\|} \qquad (۵)$$

که در آن $\nabla g(U) = [\partial g/\partial u_1, \partial g/\partial u_2, \dots, \partial g/\partial u_n]^T$ بردار گرادیان تابع شرایط حدی در نقطهٔ U_k می‌باشد.

نگاشت فوق به پارامترهای آماری متغیرهای تصادفی وابسته است[27]. که در آن نیاز به انتقال متغیرهای تصادفی پایه از فضای حقیقی به فضای نرمال استاندارد به‌صورت زیر هست:

$$U = \frac{(X-\mu_X^e)}{\sigma_X^e} \qquad (٦)$$

که در آن، X بردار متغیرهای تصادفی مستقل با میانگین و انحراف معیار معادل به‌ترتیب برابر μ_x^e و σ_x^e می‌باشد که طبق روابط زیر به‌دست می‌آیند:

$$\sigma_x^e = \frac{1}{f_X(x)}\varphi[\Phi^{-1}\{F_X(x)\}] \qquad (۷)$$

$$\mu_x^e = x - \sigma_x^e\Phi^{-1}[F_X(x)] \qquad (۸)$$

به‌طوری‌که ϕ تابع چگالی احتمال نرمال می‌باشد. ضمن این‌که $F_X(x)$ و $f_X(x)$ به‌ترتیب تابع چگالی احتمال حاشیه‌ای و تابع توزیع تجمعی احتمال حاشیه‌ای متغیر تصادفی x می‌باشند.

تابع شرایط حدی و نیز ماهیت آماری متغیرهای تصادفی ممکن است نگاشت گسستهٔ رابطهٔ (٤) را دچار ناپایداری حل مانند دوشاخه‌ای شدن، اغتشاش و یا همگرایی به‌صورت تناوبی کند [27-29]؛ از این‌رو، می‌توان روش انتقال پایدار را به‌عنوان یک روش مناسب برای کنترل ناپایداری عددی روش اولین مرتبهٔ قابلیت اعتماد به‌صورت نگاشت غیرخطی گسستهٔ زیر در نظر گرفت [16]:

$$\boldsymbol{U}_{k+1} = f(\boldsymbol{U}_k, \boldsymbol{p}) \quad \boldsymbol{U} \in R^n,\ p \in R^m,\quad k = 1, 2, 3, \dots \qquad (۹)$$

که در آن $f(\boldsymbol{U}_k, \boldsymbol{p})$ مقدار نقطهٔ طراحی برمبنای نگاشت غیرخطی می‌باشد، $\boldsymbol{U} \in R^n$ بردار متغیرهای

تصادفی در فضای استاندارد نرمال با n عضو، و p بردار کنترل سیستم دینامیکی است. اصولاً، تعیین پارامتر کنترل p برای سیستم‌های پیچیدهٔ دینامیکی مشکل می‌باشد [16]، لذا به‌دست آوردن اطلاعات درمورد نقطهٔ U_{k+1} مشکل می‌نماید. ملچر و دیاکونوس [30] یک سیستم مناسب دینامیکی را برای پایدارسازی رابطهٔ (۹) به‌صورت زیر ارائه نمودند:

$$\boldsymbol{U}_{k+1} = \boldsymbol{U}_k + \lambda \boldsymbol{C}[f(\boldsymbol{U}_k) - \boldsymbol{U}_k] \qquad (۱۰)$$

که در آن λ و C به‌ترتیب ضریب انتقال پایدار و یک ماتریس دل‌خواه به‌نحوی‌که یک عضو در سطر و ستون آن یک و بقیهٔ اعضای آن صفر هستند، انتخاب می‌گردد. معمولاً ماتریس C در تحلیل قابلیت اعتماد مرتبه اول، واحد در نظر گرفته می‌شود [16]. ضریب انتقال پایدار نقش اساسی در سرعت همگرایی و نیز کنترل ناپداری ایفا می‌کند.

یانگ [16] و منگ و همکاران [31, 32] این ضریب را برابر با یک عدد کوچک برای تضمین پایداری در نظر گرفته‌اند، اما اخیراً کشته‌گر و همکاران [28, 29] نشان داده‌اند که ممکن است این روش در مسائل غیرخطی قابلیت اعتماد همگرایی حل را تضمین نکند و یا در مسائل با درجهٔ غیرخطی پایین نیاز به تعداد تکرار زیادی برای همگرایی داشته باشد، لذا روش‌های بهبودیافتهٔ انتقال پایداری برمبنای کنترل اغتشاشات مورد توجه محققان بوده‌است که از آن جمله می‌توان به روش تطبیقی اغتشاشات [31]، روش ترکیبی اغتشاشات [32]، روش خودتنظیمی اغتشاشات [33] و روش بهبودیافتهٔ اغتشاشات [34] اشاره کرد. این روش‌ها بیشتر درجهت تحلیل مسائل معکوس قابلیت اعتماد مورد استفاده قرار گرفته‌اند که در تحلیل بهینه برمبنای قابلیت اعتماد براساس الگوی دوحلقه‌ای استفاده می‌شوند؛ از این‌رو می‌توان یک الگوی خودتطبیقی را برای محاسبهٔ ضریب کنترل در تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها برای بهبود کارایی روش انتقال پایدار مطابق با نگاشت گسستهٔ زیر پیشنهاد نمود:

$$\boldsymbol{U}_{k+1} = \boldsymbol{U}_k + \lambda_k[f(\boldsymbol{U}_k) - \boldsymbol{U}_k] \qquad (۱۱)$$

که در آن، λ_kضریب کنترل پایدار در تکرار k اُم است که براساس یک الگوی تطبیقی مطابق تابع کنترل زیر می‌تواند محاسبه گردد:

$$f_C(k) = \|f(\boldsymbol{U}_k) - \boldsymbol{U}_k\| \qquad (۱۲)$$

و به طریق مشابه می‌توان نتیجه گرفت که رابطهٔ $f_C(k-1) = \|\boldsymbol{U}_k - \boldsymbol{U}_{k-1}\|$ برقرار است. تابع کنترل $f_C(k)$ در صورتی می‌تواند یک تکرار موفق را برای روش انتقال پایدار نتیجه دهد که رابطهٔ $f_C(k) < f_C(k-1)$ صادق باشد. این بدان معنا است که در تکرارهای نهایی مقدار تابع کنترل به‌سمت صفر میل می‌کند (یعنی: $\lim_{k\to\infty} f_C(k) \approx 0$). از این‌رو می‌توان نتیجه گرفت که رابطهٔ $\boldsymbol{U}_{k+1} \approx \boldsymbol{U}_k$ برقرار می‌باشد؛ لذا یک نقطهٔ ثابت و بدون تکرار برمبنای این تابع کنترل برای روش انتقال پایدار حاصل شده‌است و همگرایی این روش در تکرارهای نهایی به نتایج پایداری منتج می‌گردد. بااستفاده از تابع کنترل ارائه‌شدهٔ فوق می‌توان یک الگوی مناسب برای تطبیق ضریب کنترل برای عمدهٔ مسائل مهندسی فراهم نمود؛ لذا براساس رویهٔ تکرار انتقال پایدار خودتطبیقی و نیز تابع کنترل در تکرارهای جدید و نهایی داریم که:

$$\lambda_k\|f(\boldsymbol{U}_k) - \boldsymbol{U}_k\| = \|\boldsymbol{U}_k - \boldsymbol{U}_{k-1}\| \qquad (۱۳)$$

ضریب کنترل برمبنای رابطهٔ فوق می‌تواند به‌صورت زیر در هر تکرار تنظیم گردد:

$$\lambda_k = \frac{\|\boldsymbol{U}_k - \boldsymbol{U}_{k-1}\|}{\|f(\boldsymbol{U}_k) - \boldsymbol{U}_k\|} \qquad (۱٤)$$

باتوجه به این‌که در اکثر مسائل مهندسی فرض بر آن است که رویهٔ تکرار اولین مرتبهٔ قابلیت اعتماد بدون کنترل براساس ضریب برابر با واحد انجام می‌شود و نیز ضریب فوق ممکن است در برخی از مسائل ایجاد یک عدد نامتناهی کند، به‌عنوان مثال اگر $f_C(k) \approx 0$، لذا فرض بر آن است که ضریب کنترل پایداری تطبیقی به

یک مقدار متناهی برمبنای تطبیق ارائه‌شده تنظیم گردد، لذا داریم:

$$\lambda_k = \min\{\delta\lambda_{k-1}, \frac{\|\boldsymbol{U}_k - \boldsymbol{U}_{k-1}\|}{\|f(\boldsymbol{U}_k) - \boldsymbol{U}_k\|}\} \quad (۱۵)$$

که در آن δ یک عدد مثبت است که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\delta = \max\{(0.25, 0.25\frac{\|\boldsymbol{U}_k - \boldsymbol{U}_{k-1}\|}{\|f(\boldsymbol{U}_k) - \boldsymbol{U}_k\|})\} \quad (۱۶)$$

ضریب فوق این امکان را فراهم می‌کند که در مسائل غیرخطی یک مقدار کوچک برای ضریب کنترل تطبیقی انتخاب گردد و در مسائل خطی حتی ممکن است ضریب کنترل ارائه‌شده به عددی بزرگ‌تر از واحد همگرا گردد؛ لذا روش ارائه‌شده به‌صورت ذاتی توانمندی لازم را برای همگرایی مسائل پیچیدهٔ مهندسی دارد و حتی در مسائل خطی نرخ همگرایی بالاتری را برای روش اولین مرتبهٔ قابلیت اعتماد ممکن است فراهم آورد. ضریب کنترل ارائه‌شده برخلاف روش‌های کنترل اغتشاشات می‌تواند به عددی مثبت و حتی بزرگ‌تر از واحد تمایل یابد درحالی‌که این ضریب در روش تطبیقی اغتشاشات [31] عددی بین ۰/۱ تا ۱ و در روش خودتطبیقی و روش اغتشاشات [33]، عددی مثبت و کمتر از واحد می‌باشد.

روش پیشنهادی فازی قابلیت اعتماد انتقال پایداری تطبیقی

روش‌های مبتنی بر اصل گسترش نیز محدودیت‌هایی دربر دارند، به‌طوری‌که صرفاً برای حالات خاصی از توابع قابل استفاده هستند و یا این‌که از تکنیک‌های بهینه‌سازی مرکب گرادیانی استفاده می‌نمایند [11]. پیاده‌سازی و کاربرد این روش‌ها نیز به‌دلیل پیچیدگی به‌سختی امکان‌پذیر می‌باشد، ضمن این‌که وجود مشکل مشتق‌گیری به‌ویژه زمانی که تعداد متغیرها زیاد شوند، ناپیوسته بودن بعضی از توابع و افتادن در نقاط بهینهٔ محلی به‌جای مطلق، از مهم‌ترین چالش‌های پیش روی این روش‌ها است. در مقابل روش‌های مبتنی بر گرادیان، روش‌های جستجوگر قرار دارند. اصول این روش‌ها محاسبهٔ مقدار تابع به‌ازای مقدار عددی متغیرهاست. در این روش‌ها، ارزیابی با مقایسهٔ مقدار عددی تابع هدف و یافتن مسیر جستجو درراستای یافتن مقدار بهینه صورت می‌گیرد. در مقایسهٔ روش‌های مشتق‌گریز، الگوریتم ژنتیک به‌طور عمومی مورد اقبال محققان قرار گرفته‌است، در این تحقیق از الگوریتم ژنتیک به‌عنوان یک الگوریتم فرا اکتشافی در محاسبات تعیین شاخص قابلیت اعتماد فازی استفاده شده‌است. در این تحقیق، به‌منظور افزایش کارایی از یک عملگر انتخاب نخبه‌گرا در روش پیشنهادی استفاده شده‌است، به‌طوری‌که در هر نسل بهترین فرد (Pbest) تعیین می‌شود و با بهترین فردهای نسل‌های قبلی (Gbest) مقایسه می‌گردد و چنان‌چه از آنها ضعیف‌تر باشد بهترین قبلی جایگزین بهترین فعلی می‌شود. در الگوریتم ژنتیک این تحقیق مقادیر جمعیت اولیه برابر با ۴۰، تعداد تکرار بیشینهٔ الگوریتم برابر ۲۰۰، احتمال جهش P_m برابر ۰/۱ و احتمال تقاطع P_c برابر ۰/۸ در نظر گرفته شده‌است.

در روش پیشنهادی، ابتدا متغیرهای تصادفی به فضای نرمال استاندارد انتقال داده می‌شوند و فرم تابع شرایط حدی در این فضا تعیین می‌گردد. سپس میانگین و انحراف معیار متغیرهای تصادفی بااستفاده از رویکرد گسسته‌سازی، به α- برش‌های خود منفک می‌شوند. پس از تعیین برش‌های α_k متناظر تمامی متغیرها، زیرفضای قطعی X_{α_k} متناظر هر برش، تشکیل می‌گردد. درصورتی‌که مسئلهٔ قابلیت اعتماد انتقال پایداری تطبیقی، به‌ترتیب شامل دو، سه و n متغیر تصادفی فازی باشد، این زیرفضا به‌ترتیب به‌شکل مستطیل، مکعب‌مستطیل و یک ابر مکعب nبعدی خواهد بود. همان‌طور که در شکل (۴) نشان داده شده‌است. از مجموعه نقاط این زیرفضا به‌عنوان نقاط ورودی به الگوریتم آنالیز پیشنهادی به‌منظور تعیین نقاط روی برش α_k شاخص قابلیت اعتماد فازی β_{α_k} استفاده می‌شود. روی‌هم‌گذاری این مقادیر، شاخص قابلیت اعتماد فازی را به‌دست می‌دهد.

از طرفی به‌منظور تعیین بازهٔ β_{α_k} کافی است کوچک‌ترین عضو $\beta_{\alpha_k l}$ و بزرگ‌ترین عضو $\beta_{\alpha_k r}$ آن

تعیین شوند. نظر به این‌که به‌ازای هر یک از برش‌های α_k، در زیرفضای قطعی X_{α_k} تنها دو نقطهٔ بهینه وجود دارند که کمترین و بیشترین پاسخ فازی مورد نظر در برش α_k را به‌دست می‌دهند. بنابراین تعیین کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو بازهٔ β_{α_k}، به جستجوی دو نقطهٔ بهینه در زیرفضای قطعی تبدیل می‌گردد که در شکل (٤) مشخص شده‌اند. باتوجه به حجم زیاد محاسبات در تحلیل قابلیت اعتماد فازی، در این مطالعه جستجوی نقاط فوق به یک الگوریتم ژنتیک نخبه‌گرا واگذار شده‌است.

از طرفی روش قابلیت اعتماد براساس الگوی خودتطبیقی می‌تواند موجب محاسبهٔ شاخص قابلیت اعتماد پایدار با تعداد مناسب تکرار گردد. دو چرخهٔ تحلیل فازی و تحلیل قابلیت اعتماد، نقش اساسی را در روند محاسبهٔ شاخص قابلیت اعتماد فازی ایفا می‌کنند. ضریب کنترل دینامیکی نه‌تنها منجر به کنترل ناپایداری حل می‌گردد بلکه در مواردی ممکن است نسبت‌به روش‌های معمول قابلیت اعتماد نرخ همگرایی بالاتری داشته باشند. در روش پیشنهادی انتقال پایدار تطبیقی، ضریب کنترل به‌صورت دینامیکی عددی بزرگ‌تر از صفر محاسبه می‌گردد که ممکن است در برخی از تکرارها مقدار بزرگ‌تر از واحد را نیز اتخاذ نماید؛ لذا این روش می تواند کارایی روش اولین مرتبهٔ قابلیت اعتماد را بهبود بخشد.

پیاده‌ســـــازی روش پیشـــــنهادی در تحلیل قابلیت اعتماد فازی در این تحقیق برای محاسبهٔ شاخص قابلیت اعتماد، مطابق با گام‌های ذیل آزمون شده‌است:

۱. تعریف تابع شرایط حدی، تعیین متغیرهای تصادفی فازی و تنظیم پارامترهای اولیهٔ الگوریتم: ضریب انتقال اولیه برابر با یک، معیار همگرایی الگوریتم قابلیت اعتماد به‌صورت $\|\boldsymbol{U}_{k+1}-\boldsymbol{U}_k\|\le 10^{-4}$ و معیار همگرایی الگوریتم ژنتیک برابر $\varepsilon = 10^{-5}$
۲. تشکیل زیرفضای قطعی X_α متناظر برش با ایجاد آلفا برش‌های یکسان روی متغیرهای تصادفی فازی.
۳. انتقال متغیرهای تصادفی از فضای حقیقی به فضای نرمال استاندارد مطابق با نگاشت غیرخطی رابطهٔ (٦).
٤. اعمال عملگرهای الگوریتم ژنتیک و تعیین Pbest برای نسل فعلی و بررسی لزوم جایگزینی با Gbest.
۵. تولید نسل جدید بااستفاده از عملگرهای تقاطع و جهش.
٦. برآورد بردار گرادیان و نیز مقدار تابع شرایط حدی در نقطهٔ $\mathbf{U}_k$
۷. تعیین نقطهٔ جدید بدون کنترل مطابق با نگاشت گسستهٔ اولین مرتبهٔ قابلیت اعتماد بااستفاده از رابطهٔ زیر:

$$f(\boldsymbol{U}_{k+1}) = \frac{\nabla^T g(\boldsymbol{U}_k)\boldsymbol{U}_k - g(\boldsymbol{U}_k)}{\nabla^T g(\boldsymbol{U}_k)\alpha_k}\alpha_k$$

۸. تطبیق ضریب کنترل براساس رابطهٔ زیر:

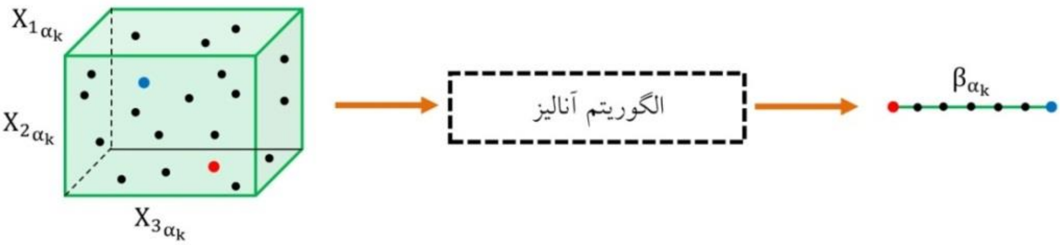
$$\lambda_k = \min\{\delta\lambda_{k-1}, \frac{\|\boldsymbol{U}_k - \boldsymbol{U}_{k-1}\|}{\|f(\boldsymbol{U}_k) - \boldsymbol{U}_k\|}\}$$

۹. محاسبهٔ نقطهٔ جدید براساس روش انتقال پایدار تطبیقی مطابق رابطهٔ زیر:

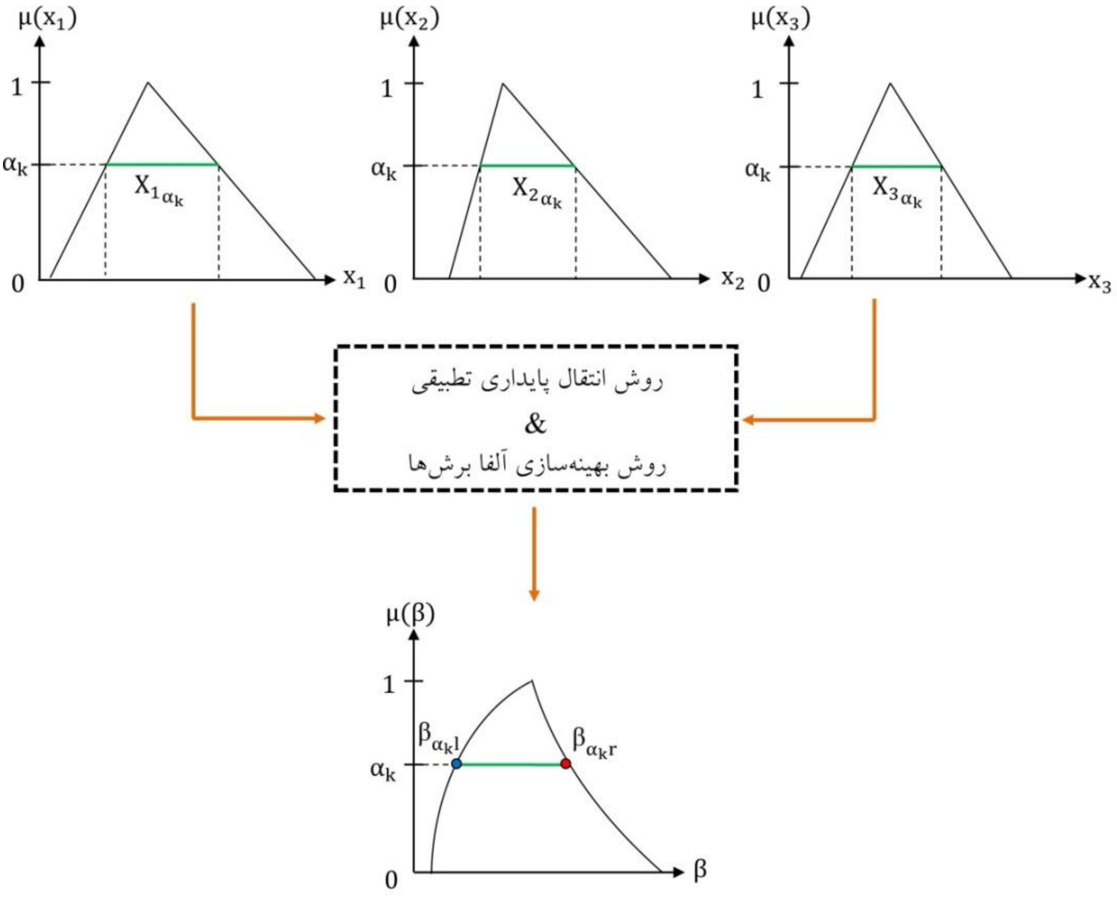
$$\boldsymbol{U}_{k+1} = \boldsymbol{U}_k + \lambda_k[f(\boldsymbol{U}_k) - \boldsymbol{U}_k]$$

۱۰. انتقال متغیرهای تصادفی از فضای نرمال استاندارد به فضای حقیقی به‌صورت $\boldsymbol{X} = \sigma_X^e \boldsymbol{U} + \mu_X^e$
۱۱. کنترل همگرایی: در صورت همگرا شدن توقف تکرار و در غیر این‌صورت k=k+1
۱۲. ذخیرهٔ مقادیر $\beta_{\alpha_k l}$ و $\beta_{\alpha_k r}$
۱۳. $\alpha = \alpha + 1$ و تکرار از مرحلهٔ ۲ تا زمانی‌که $\alpha \le 1$ شود.
١٤. تشکیل تابع درجه عضویت شاخص قابلیت اعتماد فازی.

شماتیک روش پیشنهادی در شکل (۵) به صورت شماتیک نشان داده شده‌است.



شکل ٤ زیرفضای قطعی X_{α_k} و بازهٔ β_{α_k}



شکل ٥ شماتیک روش قابلیت اعتماد انتقال پایداری تطبیقی فازی

تحلیل حساسیت شاخص قابلیت اعتماد فازی

شاخص قابلیت اعتماد فازی محاسبه‌شده، نشان‌دهندهٔ تأثیر لحاظ نمودن عدم قطعیت شناختی در پروسهٔ ارزیابی قابلیت اعتماد سازه می‌باشد. به بیان دیگر، این شاخص میزان حساسیت شاخص قابلیت اعتماد سازه به عدم قطعیت شناختی معرفی‌شده در پروسهٔ ارزیابی آن را منعکس می‌نماید. در این تحقیق به‌منظور برآورد میزان این حساسیت، از معیار اصلاح‌شدهٔ اندازه‌گیری عدم قطعیت آنتروپی شانون [25] استفاده شده‌است. با به‌کارگیری این معیار، میزان عدم قطعیت شاخص قابلیت اعتماد مطابق رابطهٔ (۱۷) اندازه‌گیری می‌شود.

$$H_u(\tilde{\beta}) = -k\int_{\beta_{\alpha_0 l}}^{\beta_{\alpha_0 r}}\left[\mu(\beta).\log(\mu(\beta)) + (1-\mu(\beta)).\log(1-\mu(\beta))\right]d\beta \quad (۱۷)$$

که در آن $\beta_{\alpha_0 l}$ و $\beta_{\alpha_0 r}$ به‌ترتیب کمترین و بیشترین مقدار شاخص قابلیت اعتماد فازی در برش $\alpha = 0$ است و $k = \frac{1}{log2}$ می‌باشد. هرچه حاصل رابطهٔ فوق بیشتر باشد، شاخص قابلیت اعتماد فازی بازهٔ بزرگ‌تری از عدم قطعیت را شامل می‌شود و میزان حساسیت آن نسبت‌به عدم قطعیت شناختی لحاظ‌شده در فرایند تحلیل قابلیت اعتماد سازه بیشتر است. معیار آنتروپی شانون هم‌چنین امکان مقایسهٔ میزان عدم قطعیت پاسخ‌های فازی را در معیارهای مختلف خرابی سازه نظیر مقاومت یا تغییر شکل فراهم می‌آورد و شناسایی معیار خرابی با اهمیت بیشتر را ممکن می‌سازد.

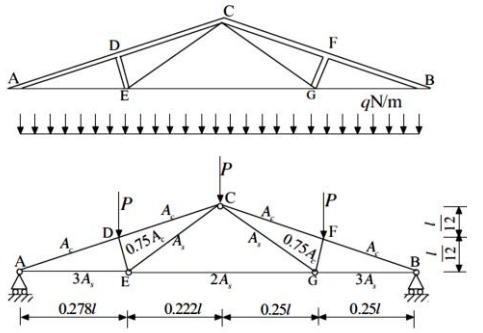
مثال‌های عددی

در این بخش با مدل‌سازی عدم قطعیت شناختی در روند تحلیل قابلیت اعتماد فازی براساس روش انتقال پایدار خودتطبیقی، شاخص قابلیت اعتماد فازی محاسبه شده و بااستفاده از معیار آنتروپی شانون میزان حساسیت آن نسبت‌به عدم قطعیت شناختی مورد سنجش قرار گرفته‌است. کلیهٔ مراحل انجام ارزیابی قابلیت اعتماد فازی و تحلیل حساسیت فازی توسط برنامهٔ کامپیوتری در محیط نرم‌افزار متلب پیاده‌سازی و توسط یک لپ‌تاپ با رم ٤ گیگا بایت اجرا شده‌است.

مثال اول: سازهٔ خرپای سقفی. تغییر مکان قائم خرپای سقفی شکل (٦) براساس تحلیل سازه، به‌عنوان تابع شرایط حدی به‌صورت زیر در نظر گرفته شده‌است [21]:

$$g = 0.03 - \left(\frac{ql^2}{2}\right)\left(\frac{3.81}{A_c E_c} + \frac{1.13}{A_s E_s}\right) \qquad (۱۸)$$

که در آن q بار گسترده، l طول دهانه، A_c و A_s به‌ترتیب سطح مقطع‌های اعضای بتنی و فولادی با مدول‌های الاستیسیتهٔ به‌ترتیب E_c و E_s می‌باشند. خصوصیات آماری متغیرهای نرمال تصادفی فازی در جدول (١) ارائه شده‌است.



شکل ٦ خرپای سقفی مثال ١

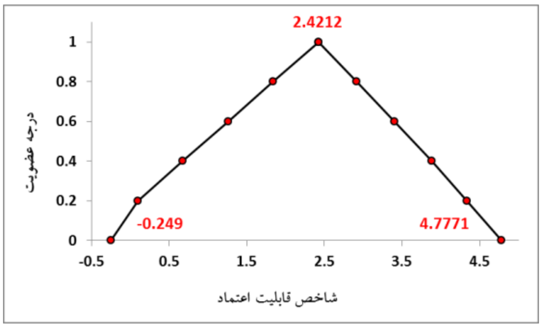
در این مثال زیرفضای قطعی یک ابَرفضای شش‌بُعدی است که جستجوی نقاط بهینه بااستفاده از روش انتقال پایداری تطبیقی فازی بر پایهٔ الگوریتم ژنتیک در آن انجام شده‌است. پیاده‌سازی تحلیل قابلیت اعتماد فازی در این مثال بااستفاده از روش پیشنهادی، تابع درجهٔ عضویت شاخص قابلیت اعتماد فازی را مطابق شکل (٧) نتیجه داده‌است. نتایج حاصل از تحلیل قابلیت اعتماد فازی بااستفاده از روش انتقال پایداری تطبیقی فازی منجر به ٥٤١٠٦ تکرار (برآورد تابع گرادیان) با ٧٥٧٩٠٨ بار فراخوانی تابع شرایط حدی شده‌است. هم‌چنین مدت زمان رسیدن به همگرایی در روند تحلیل قابلیت اعتماد برابر ٣٥٠٢ ثانیه می‌باشد. ضمن این‌که مقدار عددی شاخص قابلیت اعتماد فازی به‌دست‌آمده به‌ازای درجهٔ عضویت یک (٢/٤٢١٢)، با مقدار ارائه‌شده در مرجع [21] مطابقت دارد. این بدان معنا است شاخص قابلیت به‌ازای مقادیر درجهٔ عضویت یک برای تمامی متغیرها، همانند روش کلاسیک انتقال پایداری تطبیقی حاصل می‌گردد؛ اما شاخص قابلیت اعتماد در برش صفر $(\alpha = 0)$ تغییرات زیادی از خود نشان داده و در بازهٔ $[-0.249, 4.477]$ قرار گرفته‌است که نشان‌دهندهٔ حساسیت شاخص قابلیت اعتماد مسئله به عدم قطعیت شناختی است. شاخص قابلیت اعتماد به‌ازای مقادیر مختلف بازهٔ عدم قطعیت برای میانگین و انحراف معیار متغیرهای تصادفی به‌صورت اعداد فازی $\tilde{\mu} =< \mu - S\mu, \mu, \mu + S\mu >$ و $\tilde{\sigma} =< \sigma - S\sigma, \sigma, \sigma + S\sigma >$ که در آن S مبین ضریب عدم قطعیت شناختی، محاسبه و میزان

حساسیت آن بااستفاده از رابطهٔ (۱۷) محاسبه شده‌است. میزان حساسیت مقدار $H_u(\tilde{\beta}) = 2.411k$ را به‌دست می‌دهد که نشان‌دهندهٔ حساسیت بسیار زیاد شاخص قابلیت اعتماد نسبت‌به عدم قطعیت شناختی می‌باشد. این مسئله با بررسی مقادیر شکل (۷) نیز قابل مشاهده است. لذا مدل‌سازی عدم قطعیت شناختی در این مثال بسیار حائز اهمیت است و به‌منظور در اختیار داشتن یک برآورد نزدیک به واقعیت از میزان ایمنی سازه، مدل‌سازی آن در روند ارزیابی قابلیت اعتماد اجتناب‌ناپذیر می‌نماید.

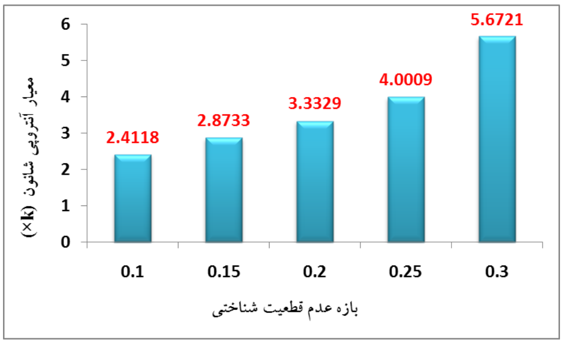
هم‌چنین به‌منظور بررسی میزان تغییرات معیار آنتروپی شانون $H_u(\tilde{\beta})$ با افزایش بازهٔ تغییرات، نتایج حاصل به‌ازای پنج مقدار ۰/۱، ۰/۱۵، ۰/۲، ۰/۲۵ و ۰/۳ = S در شکل (۸) نشان داده شده‌است. بررسی مقادیر ارائه‌شده نشان می‌دهد که میزان تغییرات معیار آنتروپی شانون در بازهٔ ۰/۱ تا ۰/۲۵، تقریباً به‌اندازهٔ ۱/٦ واحد است که با تغییرات بازهٔ ۰/۲۵ تا ۰/۳ برابری می‌نماید، لذا بیشترین میزان حساسیت شاخص قابلیت اعتماد نسبت‌به عدم قطعیت شناختی به‌ازای مقدار ۰/۳ = S حاصل شده‌است.

جدول ۱ متغیرهای تصادفی فازی خرپای سقفی

متغیر فازی	میانگین	انحراف معیار
$\tilde{q}(N/m)$	<۱۸۰۰، ۲۰۰۰، ۲۲۰۰>	<۱۲٦۰، ۱٤۰۰، ۱٥٤۰>
$\tilde{l}\,(m)$	<۱۰/۸، ۱۲، ۱۳/۲>	<۰/۱۰۸، ۰/۱۲، ۰/۱۳۲>
$\tilde{A}_s(m^2)\times10^{-4}$	<۸/۸۳، ۹/۸۲، ۱۰/۸>	<۰/۵۳۸۳، ۰/۵۹۸۲، ۰/٦٥۸۰>
$\tilde{A}_c(m^2)\times10^{-4}$	<۳٦، ٤۰، ٤٤>	<٤۳/۲، ٤۸، ۵۲/۸>
$\tilde{E}_s(Pa)\times10^{9}$	<۹۰، ۱۰۰، ۱۱۰>	<۵/٤، ٦، ٦/٦>
$\tilde{E}_c(Pa)\times10^{9}$	<۱۸، ۲۰، ۲۲>	<۱/۰۸، ۱/۲، ۱/۳۲>

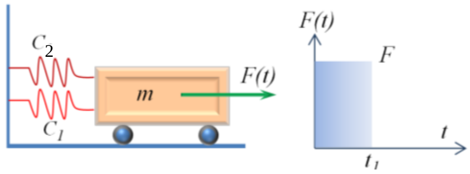


شکل ۷ شاخص قابلیت اعتماد فازی مثال ۱



شکل ۸ معیار آنتروپی شانون به‌ازای مقادیر مختلف بازهٔ عدم قطعیت مثال ۱

مثال دوم: سیستم دینامیکی غیرخطی. در این مثال سیستم جرم و فنر یک درجه آزادی غیرخطی شکل (۹) تحت بار ضربه‌ای مستطیلی که دامنه و زمان آن تصادفی هستند، مورد ارزیابی قرار گرفته‌است [29].



شکل ۹ شماتیک نوسانگر غیرخطی

تابع شرایط حدی این سیستم شامل شش متغیر تصادفی است که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$g = 3r - \left|\frac{2F}{mW^2}\sin\left(\frac{Wt_1}{2}\right)\right| \qquad (۱۹)$$
$$W^2 = \frac{C_1 + C_2}{m}$$

کلیهٔ متغیرهای تصادفی این مثال دارای توزیع نرمال هستند که خصوصیات آماری آنها در جدول (۲) گزارش شده‌است.

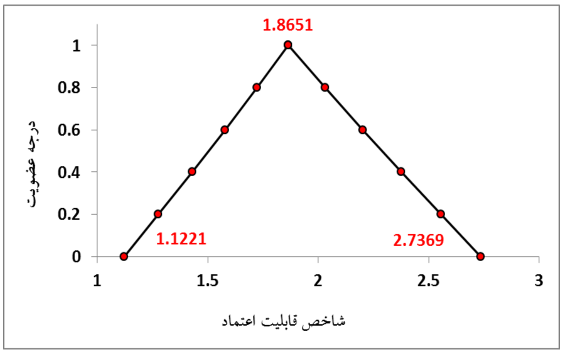
پیاده‌سازی روش قابلیت اعتماد انتقال پایداری تطبیقی فازی در این مثال شاخص قابلیت اعتماد فازی را مطابق شکل (۱۰) نتیجه داده‌است. در این روند، تعداد برآورد تابع گرادیان برابر ٤٨٨٦٨ بار است که منجر به ٦٣٥٢٨٤ بار فراخوانی تابع شرایط حدی گردیده، ضمن این‌که مدت زمان انجام تحلیل برابر ۲۹۰۳ ثانیه بوده‌است. در این مثال مقدار شاخص قابلیت اعتماد فازی به‌دست‌آمده به‌ازای $\alpha = 1$، دقیقاً با مقدار مرجع [29] که براساس روش کلاسیک انتقال پایداری تطبیقی به‌دست آمده، هم‌خوانی دارد؛ لذا می‌توان بیان نمود نتایج روش پیشنهادی از اعتبار لازم برخوردار می‌باشند. باتوجه به حجم بالای محاسبات تحلیل قابلیت اعتماد فازی و مدت زمان زیادی که صرف انجام این محاسبات می‌شود، انجام تحلیل حساسیت برروی نتایج به‌دست‌آمده به‌منظور بررسی میزان تأثیرپذیری شاخص قابلیت اعتماد فازی از عدم قطعیت شناختی اجتناب‌ناپذیر می‌نماید. به بیان دیگر انجام تحلیل حساسیت فازی، لزوم یا عدم لزوم مدل‌سازی عدم قطعیت شناختی در روند انجام محاسبات را تا حدود زیادی مشخص می‌کند. سنجش میزان حساسیت شاخص قابلیت اعتماد فازی نسبت‌به عدم قطعیت شناختی بااستفاده از معیار آنتروپی شانون در این مثال، نتیجهٔ $H_u(\tilde{\beta}) = 0.807k$ را به‌دست می‌دهد که نشان‌دهندهٔ حساسیت پایین شاخص قابلیت اعتماد نسبت‌به عدم قطعیت شناختی می‌باشد. باتوجه به شکل (۱۰)، تغییرات شاخص قابلیت اعتماد در بازهٔ [1.1221, 2.7369] قرار دارد که نسبتاً زیاد نیست؛ لذا در یک دیدگاه کلی می‌توان نتیجه گرفت، متغیرهای تصادفی در این مثال به عدم قطعیت شناختی حساسیت زیادی ندارند و روش‌های معمول ارزیابی قابلیت اعتماد، تخمین مناسبی از ایمنی این سیستم ارائه می‌دهند. هم‌چنین به‌منظور بررسی میزان تأثیرپذیری حساسیت شاخص قابلیت اعتماد نسبت‌به تغییرات بازهٔ عدم قطعیت میانگین و انحراف معیار متغیرهای تصادفی به‌ازای پنج مقدار ۰/۱، ۰/۱۵، ۰/۲، ۰/۲۵ و ۰/۳ = S نتایج حاصل از تحلیل حساسیت در شکل (۱۱) نشان داده شده‌است. نتایج نشان می‌دهند که بیشترین میزان تغییرات معیار آنتروپی شانون در بازهٔ ۰/۱۵ تا ۰/۲، اتفاق افتاده و به‌ازای بقیهٔ مقادیر میزان تغییرات شاخص $H_u(\tilde{\beta})$ مشابه می‌باشد.

مثال سوم: مقطع بتن مسلح. در این مثال یک مقطع بتن مسلح تحت خمش مطابق شکل (۱۲) از مرجع [35] انتخاب شده‌است. تابع شرایط حدی این مقطع به‌صورت رابطهٔ (۲۰) در نظر گرفته شده‌است.

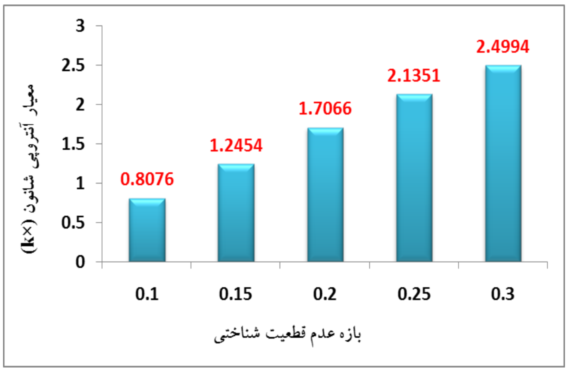
$$g = BA_s f_y \left(d - 0.59\frac{A_s.f_y}{b.f_c}\right) - M_D - M_L \qquad (۲۰)$$

جدول ۲ خصوصیات آماری متغیرهای تصادفی فازی نوسانگر

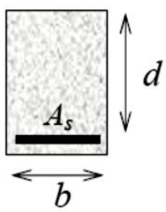
متغیر فازی	میانگین	انحراف معیار
$\tilde{m}$	<۰/۹، ۱، ۱/۱>	<۰/۰۴۵، ۰/۰۵، ۰/۰۵۵>
$\tilde{c}_1$	<۰/۹، ۱، ۱/۱>	<۰/۰۹، ۰/۱، ۰/۱۱>
$\tilde{c}_2$	<۰/۰۹، ۰/۱، ۰/۱۱>	<۰/۰۰۹، ۰/۰۱، ۰/۰۱۱>
$\tilde{r}$	<۰/۴۵، ۰/۵، ۰/۵۵>	<۰/۰۴۵، ۰/۰۵، ۰/۰۵۵>
$\tilde{F}$	<۰/۹، ۱، ۱/۱>	<۰/۱۸، ۰/۲، ۰/۲۲>
$\tilde{t}_1$	<۰/۹، ۱، ۱/۱>	<۰/۱۸، ۰/۲، ۰/۲۲>



شکل ۱۰ شاخص قابلیت اعتماد فازی مثال ۲



شکل ۱۱ معیار آنتروپی شانون به‌ازای مقادیر مختلف بازهٔ عدم قطعیت مثال ۲



شکل ۱۲ مقطع تیر بتن مسلح مثال ۳

که در آن B پارامتر عدم قطعیت مدل، A_s سطح مقطع میلگردهای مسلح‌کنندهٔ مقطع و f_y تنش تسلیم می‌باشد.

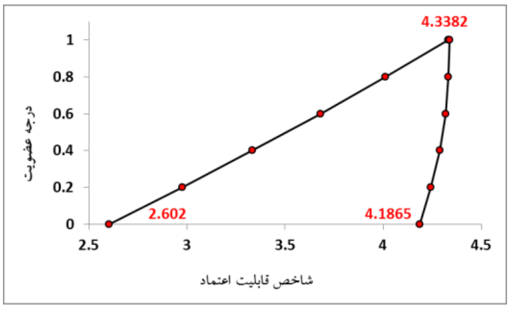
باتوجه به شکل (۱۳) مشخص می‌شود که میزان تغییرات شاخص قابلیت اعتماد در این مثال برابر ۱/۵۴۸ است که در بازهٔ [2.602,4.186] قرار دارد. به‌منظور سنجش میزان حساسیت شاخص ایمنی سازه نسبت‌به عدم قطعیت شناختی، تحلیل حساسیت بااستفاده از رابطهٔ (۱۷) انجام

شده که مقدار $H_u(\tilde{\beta}) = 0.791k$ را نتیجه داده‌است. این مقدار نشان‌دهندهٔ حساسیت پایین شاخص قابلیت اعتماد نسبت‌به عدم قطعیت شناختی است. از طرفی باتوجه به متفاوت بودن کیفیت ساخت و اجرای بتن در ارتفاع مقاطع بتن مسلح، انتظار می‌رود شاخص قابلیت اعتماد حساسیت زیادی نسبت‌به عدم قطعیت شناختی ناشی از ابهام آماری متغیرها از خود نشان دهد و به‌عبارتی رابطهٔ (۱۷) مقدار بزرگ‌تری را نتیجه دهد [12] که در این مثال به‌دلیل این‌که در تابع شرایط حدی از پارامتر عدم قطعیت در مدل B استفاده شده، میزان حساسیت مسئله نسبت‌به عدم قطعیت شناختی کاهش یافته‌است. هم‌چنین نتایج تحلیل حساسیت شاخص قابلیت اعتماد فازی نسبت‌به مقادیر مختلف عدم قطعیت در شکل (۱۴) نشان داده شده‌است. بررسی مقادیر $H_u(\tilde{\beta})$ نشان می‌دهد که در این مثال هم حساسیت شاخص قابلیت اعتماد نسبت‌به عدم قطعیت شناختی با بیشتر شدن بازهٔ عدم قطعیت، روند افزایشی داشته‌است. فولاد b و d به‌ترتیب عرض و ارتفاع مؤثر مقطع می‌باشد. ضمن این‌که M_D و M_L به‌ترتیب لنگرهای خمشی ناشی از بارهای مرده و زندهٔ وارد بر مقطع می‌باشند. این مثال دارای ۸ متغیر تصادفی است که خصوصیات آماری آنها در جدول (۳) گزارش شده‌است.

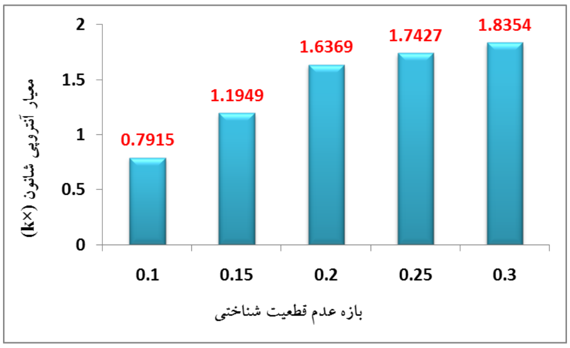
زیرفضای قطعی در این مثال یک ابَرفضای ۹ بُعدی می‌باشد که جستجوی نقاط بهینه‌ای که مقادیر $\beta_{\alpha_k l}$ و $\beta_{\alpha_k r}$ را نتیجه می‌دهند، بااستفاده از روش پیشنهادی در آن انجام شده‌است. مدت زمان تعیین شاخص قابلیت اعتماد فازی این مثال ۹۵۸۰ ثانیه است که در این روند تابع شرایط حدی ۳۴۳۳۵۱۶ بار فراخوانی شده و تعداد برآورد تابع گرادیان ۵۴۴۶۷ بار بوده‌است. تابع درجهٔ عضویت شاخص قابلیت اعتماد فازی در شکل (۱۱) نشان داده شده‌است.

جدول ۳ خصوصیات آماری متغیرهای تصادفی فازی مقطع بتن مسلح

متغیر فازی	میانگین	انحراف معیار	توزیع آماری
$\tilde{f}_y(MPa)$	<٣٦٠، ٤٠٠، ٤٤٠>	<٣٦، ٤٠، ٤٤>	لوگ نرمال
$\tilde{f}_c(MPa)$	<٢٧، ٣٠، ٣٣>	<٤/٨٦، ٥/٤٠، ٥/٩٤>	نرمال
$\tilde{B}$	<٠/٩٠٩، ١/٠١، ١/١١>	<٠/٠٥٤، ٠/٠٦٠، ٠/٠٦٦>	نرمال
$\tilde{M}_D(kN-m)$	<٨٦/٢٨، ٩٥/١٠٥، ٨٧/٤٥>	<٨/٦٢٨، ٩/٥٨٧، ١٠/٥٤٥>	نرمال
$\tilde{M}_L(kN-m)$	<٦٠/٣٩، ٦٧/٧٣، ١١/٨٢>	<١٥/٠٩، ١٦/٧٧، ١٨/٤٤>	گامبل
$\tilde{A}_s(mm^2)$	<٢٠٢٥، ٢٢٥٠، ٢٤٧٥>	<٢٠٢/٥، ٢٢٥، ٢٤٧/٥>	نرمال
$\tilde{b}(mm)$	<٣٢٤، ٣٦٠، ٣٩٦>	<٣٨/٨٨، ٤٣/٢، ٥٢/٤٧>	نرمال
$\tilde{d}(mm)$	<٤٩٥، ٥٥٠، ٦٠٥>	<٥٩/٤، ٦٦، ٧٢/٦>	نرمال



شکل ۱۳ شاخص قابلیت اعتماد فازی مثال ۳



شکل ۱٤ معیار آنتروپی شانون به‌ازای مقادیر مختلف بازهٔ عدم قطعیت مثال ۳

نتیجه‌گیری

در این تحقیق، تحلیل حساسیت قابلیت اعتماد فازی نسبت‌به عدم قطعیت شناختی ناشی از ابهام آماری متغیرهای تصادفی، در قالب اعداد فازی مثلثی با به‌کارگیری روش انتقال پایدار تطبیقی مورد توجه قرار گرفته‌است. توابع شرایط حدی غیرخطی با توزیع‌های آماری مختلف مورد ارزیابی قرار گرفته و شاخص‌های قابلیت اعتماد فازی تعیین شده‌اند. به‌منظور غلبه بر مشکل حجم زیاد محاسبات تعیین نقاط بهینه، یک الگوریتم ژنتیک نخبه‌گرا به‌کار گرفته شده‌است. روش پیشنهادی با پیروی از قوانین طبیعی با یک مجموعه از نقاط، جستجو را انجام داده‌است و به مشتق‌گیری و یا هرگونه اطلاعات کمکی نیاز ندارد و با تابع هدف بهینهٔ مورد جستجو را مشخص می‌کند. پیاده‌سازی روش پیشنهادی منجر به تعریف باندهایی برای شاخص قابلیت اعتماد می‌گردد که موجب در اختیار داشتن مقادیر واقع‌بینانه‌تری از سطح ایمنی سازه نسبت‌به روش‌های کلاسیک شده‌است. هم‌چنین نتایج حاصل از تحلیل حساسیت قابلیت اعتماد فازی بااستفاده از معیار آنتروپی شانون نشان‌دهندهٔ میزان حساسیت بالای شاخص قابلیت اعتماد نسبت‌به ابهام آماری متغیرهای تصادفی در برخی از مسائل می‌باشد.

مراجع

1. Nowak, A. S., Collins, K. R., "Reliability of Structures", McGraw-Hill, (2000).
2. William, M. Bulleit, M., "Uncertainty in Structural Engineering", *Journal of Practice Periodical on Structural Design and Construction*, Vol. 13, Issue. 1, Pp. 24-30, (2008).
3. Grooteman, F., "Adaptive Radial-based Importance Sampling Method for Structural Reliability", Structural Safety, Vol. 30, Pp. 533-542, (2008).
4. Chakraborty, S., Chowdhury, R., "A Semi-analytical Framework for Structural Reliability Analysis", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 289, Pp. 475-497, (2015).
5. Keshtegar, B., "A Hybrid Conjugate Finite-step Length Method for Robust and Efficient Reliability Analysis", Applied Mathematical Modelling, Vol. 45, Pp. 226–237, (2017).
6. Bagheri, M., Miri, M., Shabakhty, N., "Fuzzy Reliability Analysis Using a New Alpha Level Set Optimization Approach Based on Particle Swarm Optimization", *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, Vol. 30, Pp. 235-244, (2015).

۷. باقری، منصور، میری، محمود، شابختی، ناصر، «محاسبهٔ شاخص قابلیت اعتماد فازی سازه‌ها بااستفاده از تکنیک بهینه‌سازی آلفا برش‌ها»، مجلهٔ مهندسی عمران و محیط زیست دانشگاه تبریز، دورهٔ ٤۳، ٤٤، ش. ۷۳، صص. ۱۲-۱، (۱۳۹۲).

8. Zadeh Lotfi, A., "Fuzzy Sets", *Journal of Information Control*, Vol. 8, Issue. 3, Pp.338-553, (1965).

9. Hurtado, J. E, Alvarez, D. A, Ramirez, J., "Fuzzy Structural Analysis Based on Fundamental Reliability Concepts", *Journal of Computers and Structures*, Vol. 112-113, Pp. 183-192, (2012).

10. Dong, W, Shah, H., "Vertex Method for Computing Functions on Fuzzy Variables", *Journal of Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 24, Issue. 1, Pp. 65-78, (1987).

11. Möller, B., Graf, W., Beer, M., "Fuzzy Structural Analysis Using α-level Optimization", Computational Mechanics, Vol. 26, Pp. 547-565, (2000).

12. Bagheri, M., Miri, M., Shabakhty, N., "Modeling of Epistemic Uncertainty in Reliability Analysis of Structures Using a Robust Genetic Algorithm", *Iranian Journal of Fuzzy Systems,* Vol. 12, Pp. 23-40, (2015).

13. Farkas, L., Moens, D., Vandepitte, D., Desmet, D., "Fuzzy Finite Element Analysis Based on Reanalysis Technique", Structural Safety, Vol. 32, No. 6, Pp. 442-448, (2010).

14. Serafinska, A., Kaliske, M., Zopf, C., Graf, M., "A Multi-objective Optimization Approach with Consideration of Fuzzy Variables Applied to Structural Tire Design", Computers and Structures, Vol. 116, Pp. 9-17, (2013).

15. Zhang, M. Q., Beer, M., Quek, S. T., Choo, Y. S., "Comparison of Uncertainty Models in Reliability Analysis of Offshore Structures under Marine Corrosion", Structural Safety, Vol. 32, Pp. 425-432, (2010).

16. Yang, D., "Chaos Control for Numerical Instability of First Order Reliability Method", Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, Vol. 15, No. 10, Pp. 3131-3141, (2010).

17. Gong, J. X., Yi, P., "A Robust Iterative Algorithm for Structural Reliability Analysis", Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol. 43, No. 4, Pp. 519-527, (2011).

۱۸. کشته‌گر، بهروز، «تحلیل قابلیت اعتماد مرتبه اول سازه‌ها به‌کمک روش بهینه‌سازی بهبود یافته جستجوی هارمونی»، مدل‌سازی در مهندسی، ۱۵(۵۱)، ۱۲-۱، doi: 10.22075/jme.2017.2687، (۱۳۹٦).

۱۹. کشته‌گر، بهروز، «نقش طول گام بر همگرایی روش مرتبه اول قابلیت اعتماد سازه‌ها»، نشریهٔ مهندسی عمران و محیط زیست دانشگاه تبریز، ٤۵،۳(۸۰)، صص. ۱۰۷-۱۱٦، (۱۳۹٤).

20. Keshtegar, B., "A Hybrid Conjugate Finite-step Length Method for Robust and Efficient Reliability Analysis", Applied Mathematical Modelling, Vol. 45, Pp. 226-237, (2017).

21. Keshtegar, B., Meng, Z., "A Hybrid Relaxed First-order Reliability Method for Efficient Structural Reliability Analysis", Structural Safety, Vol. 66, Pp. 84-93, (2017).

۲۲. کشته‌گر، بهروز، «بهبود روش انتقال پایدار جهت تحلیل قابلیت اعتماد مرتبه اول»، علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک، ۲۸(۲)، (۱۳۹۵).

۲۳. کشته‌گر، بهروز، میری، محمود، شابختی، ناصر، «ارائهٔ الگوریتمی اصلاحی برای روش‌های گرادیان مزدوج غیرخطی به‌منظور محاسبهٔ شاخص قابلیت اعتماد سازه‌ها»، فصلنامهٔ مهندسی عمران فردوسی، ۲٤(۲)، ۱٤، (۱۳۹۲).

24. Timothy J. Ross., "Fuzzy Logic with Engineering Applications", Third Edition Publisher: Wiley, 3th edition, (2010).

25. Möller, B., Beer, M., "Fuzzy Randomness- uncertainty in Civil Engineering and Computational Mechanics", Springer Verlag, Berlin, (2004).

26. Dubois, D., Prade, H., "Operations on Fuzzy Numbers", *International Journal of Systems Science*, Vol. 9, No. 6, Pp. 613-626, (1978).

27. Keshtegar, B., Meng, Z., "A Hybrid Relaxed First-order Reliability Method for Efficient Structural Reliability Analysis", Structural Safety, Vol. 66, Pp. 84-93, (2017).

28. Keshtegar, B., "Chaotic Conjugate Stability tTransformation Method for Structural Reliability Analysis", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 310, Pp. 866-885, (2016).

29. Keshtegar, B., "Limited Conjugate Gradient Method for Structural Reliability Analysis", Engineering with Computers, Vol. 1-9, (2016).

30. Schmelcher, P., Diakonos, F. K., "Detecting Unstable Periodic Orbits of Chaotic Dynamical Systems", Physical Review Letters, Vol. 78, No. 25, Pp. 4733–4736, (1997).

31. Li, G., Meng, Z., Hu, H., "An Adaptive Hybrid Approach for Reliability-based Design Optimization", Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol. 51, No. 5, Pp.1051-1065, (2015).

32. Meng, Z., Li, G., Wang, BP., Hao, P., "A Hybrid Chaos Control Approach of the Performance Measure Functions for Reliability-based Design Optimization", Computers & Structures, Vol. 146, Pp. 32-43, (2015).

33. Keshtegar, B., Hao, P., Meng, Z., "A Self-adaptive Modified Chaos Control mMethod for Reliability-Based Design Optimization", Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol. 55, No. 51, Pp. 63-75, (2017).

34. Hao, P., Wang, Y., Liu, C., Wang, B., Wu, H., "A Novel Non-probabilistic Reliability-based Design Optimization Aalgorithm Using Enhanced Chaos Control Method", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 318, Pp. 572-593, (2017).

35. Keshtegar, B., "A Modified Mean Value of Performance Measure Approach for Reliability-based Design Optimization", *Arabian Journal for Science and Engineering*, Vol. 42, Pp. 1093–1101, (2017).